Academias **TRILCE**
Tu mejor opción de ingreso a UNI

SOLUCIONARIO TIPO R
Examen UNI 2012-I
Matemática

MATEMÁTICA PARTE 1

Pregunta 01

Determine cuántos de los siguientes números racionales $\frac{157}{125}, \frac{786}{625}, \frac{253}{200}, \frac{2519}{2000}$ pertenecen al intervalo $\left\langle \frac{503}{400}, \sqrt[3]{2} \right]$

A) Ningún número
B) Solo un número
C) Solo dos números
D) Solo tres números
E) Todos los números

Resolución 01

Tema: Números Racionales (Q)

$$\frac{503}{400} < N \leq \sqrt[3]{2}$$

$$1{,}2575 < N \leq \sqrt[3]{2}$$

los números racionales

$$\frac{157}{125}; \quad \frac{786}{625}; \quad \frac{253}{200}; \quad \frac{2519}{2000}$$

$$\downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow$$

$\frac{157}{125}$	$\frac{786}{625}$	$\frac{253}{200}$	$\frac{2519}{2000}$
1,256	1,2576	1,265	1,2595
no cumple	si cumple	no cumple	si cumple
	$1{,}2576^3<2$	$1{,}265^3>2$	$1{,}2595^3<2$

$\therefore$ 2 números cumplen : $\frac{786}{625}$ y $\frac{2519}{2000}$

Clave: C

Pregunta 02

El dueño de un concesionario automotriz desea vender todos los autos que le quedan, los cuales son de diferentes modelos, pero en el salón de exhibición entran sólo 3 autos, el dueño calcula que existen 210 maneras diferentes de ordenar la exhibición ¿cuántos autos le quedan por vender?

A) 4 B) 5
C) 6 D) 7
E) 8

Resolución 02

Tema: Análisis combinatorio

1º	2º	3º	
n	(n – 1)	(n – 2)	=210
7 ×	6 ×	5	

n=7 autos

Clave: D

Pregunta 03

La municipalidad de Lince busca mejorar la ornamentación de sus dos avenidas principales, de 2520 m y 2000 m, colocando murales equidistantes entre sí de tal forma que haya un mural al inicio y otro al final de cada avenida. Se sabe que para la colocación de cada mural se necesitan al menos 3 trabajadores, quienes percibirán S/. 50 cada uno. Calcule la cantidad mínima de trabajadores que debe contratar la municipalidad de Lince para este trabajo

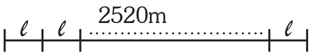
A) 320 B) 330
C) 345 D) 365
E) 380

Resolución 03

Tema: MCD (Máximo Común Divisor)

ℓ= divisor común de 2520 y 2000 y el mayor posible (para usar menos trabajadores).

ℓ= MCD (2520; 2000)= 40m



- **<u>Nº murales</u>**

  1º av.: $\dfrac{2520}{40}+1=63+1=\quad 64$

  2º av.: $\dfrac{2000}{40}+1=50+1=\quad \underline{51}$

  115 murales

- Como se necesitan 3 trabajadores por mural:

  $115\times3=$ **<u>345 trabajadores en total</u>**

Clave: C

Pregunta 04

Determine la cantidad de números $\overline{abc}=\overset{\circ}{12}$ tal que a + b + c= 12

A) 12 B) 13
C) 14 D) 16
E) 17

Resolución 04

Tema: Divisibilidad

$a+b+c=\overset{\circ}{12} \wedge \overline{abc}=\overset{\circ}{12}$

$2b+c=\overset{\circ}{12}$ (Criterio por 4)

Como C es par:

$$\left.\begin{array}{l} C=0 \Rightarrow b=4,6,8 \\ C=2 \Rightarrow b=1,3,5,7,9 \\ C=4 \Rightarrow b=0,2,4,6 \\ C=6 \Rightarrow b=1,3,5 \\ C=8 \Rightarrow b=0,2 \end{array}\right\} 3+5+4+3+2=17 \text{ soluciones}$$

Clave: E

Pregunta 05

Dada la sucesión definida por:

$$a_n=\begin{cases} \dfrac{(-1)^n}{1+n^2}, & n \text{ impar} \\ \dfrac{1}{1+n^3}, & n \text{ par} \end{cases}$$

Entonces podemos afirma que:

A) La sucesión no converge.

B) La sucesión converge a cero.

C) La sucesión tiene dos puntos límites.

D) La sucesión tiene tres puntos límites.

E) No podemos afirmar nada acerca de su convergencia.

Resolución 05

Tema: Sucesiones

Observamos de la sucesión:

i) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(-1)^n}{1+n^2}=0$

ii) $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{1}{1+n^3} = 0$

$\therefore$ Notamos que los límites son iguales y convergen a cero.

Clave: B

Pregunta 06

Dada la matriz A= $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ determine la

matriz P; tal que PAP= $\begin{bmatrix} a & c & b \\ g & i & h \\ d & f & e \end{bmatrix}$

A) $\begin{bmatrix} -a & 1 & 0 \\ 0 & -b & 1 \\ 1 & 0 & -c \end{bmatrix}$

B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

Resolución 06

Tema: Matrices

Con los elementos dados de las matrices A y PAP observamos que:

$|A| = |PAP|$

Luego: $|P^2| = 1$

Igualdad que verifica la matriz involutiva P tal que $P^2 = I$

Clave: B

Pregunta 07

La solución del problema de minimizar

Z= 5x + 6y

sujeto a $\begin{cases} 2x+3y \le 12 \\ x+y \le 5 \\ x,y \ge 0 \end{cases}$

es el punto (X^0, y^0). Si se añade la nueva restricción x–y≤ 3, ¿cuáles de las siguientes proposiciones son correctas?

I. La solución (x^0, y^0) es solución del nuevo problema.

II. El nuevo problema no tiene solución.

III. La nueva región admisible contiene a la anterior.

A) Solo I B) Solo II

C) Solo III D) I y II

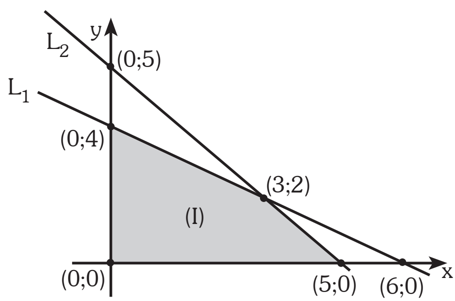
E) I, II y III

Resolución 07

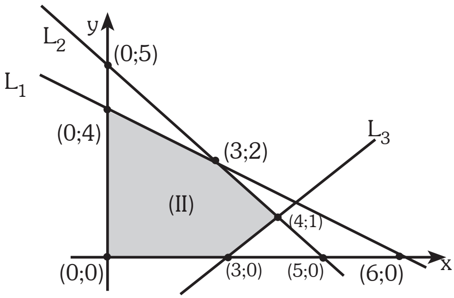
Tema: Programación lineal

Z=5x+6y

$$(\mathrm{I}) \begin{cases} 2x+3y \leqslant 12 & \ldots L_1 \\ x+y \leqslant 5 & \ldots L_2 \\ x;\, y \geqslant 0 \end{cases}$$



$$(II)\begin{cases} 2x+3y\leqslant 12 & \dots L_1 \\ x+y\leqslant 5 & \dots L_2 \\ x-y\leqslant 3 & \dots L_3 \\ x;\, y\geqslant 0 \end{cases}$$



IV. V

V. F

VI. F

Clave: A

Pregunta 08

Si $\begin{vmatrix} c & 2c & c \\ 5b & a & 3b \\ b+5c & b+d & b+3c \end{vmatrix}=-4$

Halle $\begin{vmatrix} c & 0 & c \\ a & b & 0 \\ d & c & b \end{vmatrix}$

donde a, c, d $\in \langle 0,\infty\rangle$ y b $\in \langle -\infty, 0\rangle$

A) –4 B) –2

C) 2 D) 4

E) 6

Resolución 08

Tema: Determinantes

Dado:

$$\begin{vmatrix} c & 2c & c \\ 5b & a & 3b \\ b+5c & b+d & b+3c \end{vmatrix}=-4$$

A partir de:

$$\begin{vmatrix} c & 2c & c \\ 5b & a & 3b \\ b+5c & b+d & b+3c \end{vmatrix}\xrightarrow{C_2-C_3}\begin{vmatrix} 0 & 2c & c \\ 2b & a & 3b \\ 2c & b+d & b+3c \end{vmatrix}$$

$$\xrightarrow{C_3-\frac{3}{2}C_1}\begin{vmatrix} 0 & 2c & c \\ 2b & a & 0 \\ 2c & b+d & b \end{vmatrix}\xrightarrow{C_1-C_3}\begin{vmatrix} 0 & c & c \\ 2b & a & 0 \\ 2c & d & b \end{vmatrix}$$

Factorizando el 2 de la columna 1 tenemos

$$2\begin{vmatrix} 0 & c & c \\ b & a & 0 \\ c & d & b \end{vmatrix}$$

Intercambiamos la columna C_1 por C_2

$$-2\begin{vmatrix} c & 0 & c \\ a & b & 0 \\ d & c & b \end{vmatrix}=-4$$

$$\therefore\begin{vmatrix} c & 0 & c \\ a & b & 0 \\ d & c & b \end{vmatrix}=2$$

Clave: C

Pregunta 09

Sea la inecuación:

$$\left|\frac{|x|+1}{|x-1|}\right| \leq \frac{2x}{|x|}$$

Si S es el conjunto solución, se puede afirmar:

A) $\langle -1, 1\rangle \subset S$

B) $S \backslash [-1, 4] \neq \varnothing$

C) $S \backslash \langle -1, 1\rangle = \varnothing$

D) $\langle 0, 2\rangle \subset S$

E) $\langle -2, 0\rangle \subset S$

Resolución 09

Tema: Inecuaciones

$$\left|\frac{|x|+1}{|x-1|}\right| \leq \frac{2x}{|x|}$$

Notamos que: $x>0 \wedge x\neq 1$

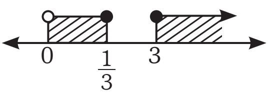
$$\frac{x+1}{|x-1|} \leq \frac{2x}{x}$$

$$|2x-2| \geq x+1$$

Entonces:

$2x-2 \geq x+1 \quad \wedge \quad 2x-2 \leq -x-1$

$x \geq 3 \quad \wedge \quad x \leq \frac{1}{3} \quad \wedge \quad x > 0$



$$C.S.=\left\langle 0; \frac{1}{3}\right] \cup [3; +\infty\rangle$$

Clave: B

Pregunta 10

Sea $f_{(x)} = |5 - \log x| + |1 + \log x|$. halle el rango de f.

A) $[6, \infty\rangle$ B) $[8, \infty\rangle$

C) $\langle 0, \infty\rangle$ D) $[0, \infty\rangle$

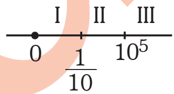
E) $\langle 0, 6\rangle \cup \langle 6, \infty\rangle$

Resolución 10

Tema: Funciones

Dominio: $x \in <0; \infty>$

Evaluando por zonas:



I) $0<x<\frac{1}{10} \rightarrow y_1=-\log x+5-\log x-1$

$\log x<-1 \qquad y_1=-2\log x+4$

$y_1>6$

II) $\frac{1}{10} \leq x<10^5 \rightarrow y_2=-\log x+5+\log x+1$

$-1 \leq \log x<5 \qquad y_2=6$

III) $x \geq 10^5 \rightarrow y_3=\log x-5+\log x+1$

$\underbrace{\log x \geq 5}_{\Downarrow} \qquad y_3=2\log x-4$

$2\log x \geq 10$

$2\log x-4 \geq 6$

$y_3 \geq 6$

$I \cup II \cup III \qquad$ Rango: $y \in [6; +\infty>$

Clave: A

Pregunta 11

Halle la suma de todos los valores reales que puede tomar λ en la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix}1&2\\2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}=\lambda\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix} \text{ donde } x_1\neq 0 \text{ y } x_2\neq 0$$

A) –1 B) 0
C) 1 D) 2
E) 3

Resolución 11

Tema: Sistema de ecuaciones

Efectuando el producto de matrices e igualando:

$$\begin{cases}x_1+2x_2=\lambda x_1\\2x_1+x_2=\lambda x_2\end{cases}$$

$$\begin{cases}(1-\lambda)x_1+2x_2=0\\2x_1+(1-\lambda)x_2=0\end{cases}$$

Dato: $x_1\neq 0$ y $x_2\neq 0$

El sistema presenta soluciones no triviales

$\longrightarrow \Delta_s=0$

$$\begin{vmatrix}1-\lambda & 2\\ 2 & 1-\lambda\end{vmatrix}=0$$

$(1-\lambda)^2=4$

$\lambda=-1 \vee \lambda=3$

Suma de valores: 2

Clave: D

Pregunta 12

Si $x_1=2$ y $x_2=-1$ son raíces de $x^4-ax^2+b=0$. halle $a-b$.

A) –1 B) 0
C) 1 D) 2
E) 3

Resolución 12

Tema: Polinomial

Como:

$x_2=-1$ es raíz de la ecuación

Reemplazamos:

$(-1)^4-a(-1)^2+b=0$

$1-a+b=0$

$a-b=1$

Clave: C

Pregunta 13

$$\text{Sea } E=\frac{(1+i)\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}i\right)(\sqrt{2}\,i)}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{6}}{2}i\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}i\right)}$$

Indique cuál de las siguientes proposiciones es verdadera.

I. $\text{Re}(E)=\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$

II. $\text{Im}(E)=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$

III. $E=\sqrt{2}\,e^{\frac{7}{12}\pi i}$

A) Solo I B) Solo II
C) Solo III D) I y III
E) I, II y III

Resolución 13

Tema: Números complejos

$$E=\frac{(1+i)\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}i\right)(\sqrt{2}\,i)}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{6}}{2}i\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}i\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{(1+i)\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cancel{\sqrt{2}.\sqrt{2}}\,i}{\cancel{2}}$$

$$E=(1+i)\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)i$$

$$E=\sqrt{2}\,\text{Cis}\frac{\pi}{4}.\text{Cis}\frac{2\pi}{3}.\text{Cis}\frac{\pi}{2}=\sqrt{2}\,\text{Cis}\frac{17\pi}{12}$$

$$E=\sqrt{2}\,e^{\left(\frac{17\pi}{12}+2k\pi\right)i} \qquad k\in\mathbb{Z}$$

$$E=\frac{1-\sqrt{3}}{2}+\left(\frac{-1-\sqrt{3}}{2}\right)i$$

De donde:

$$\text{Re}(E)=\frac{1-\sqrt{3}}{2}\wedge \text{Im}(E)=\frac{-1-\sqrt{3}}{2}\wedge \text{Arg}(E)=-\frac{7\pi}{12}$$

$\therefore$ I y III son correctas.

Clave: D

Pregunta 14

Calcule:

$$S=\frac{7}{12}+\frac{25}{144}+\frac{91}{1728}+\frac{337}{20736}+\dots$$

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{7}{11}$ D) $\frac{5}{6}$

E) $\frac{11}{12}$

Resolución 14

Tema: SERIES

$$S=\frac{7}{12}+\frac{25}{144}+\frac{91}{1728}+\frac{337}{20736}+\dots$$

$$S=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n+3^n}{12^n}=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^n+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^n$$

$$S=\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}+\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}}$$

$$S=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$$

$$S=\frac{5}{6}$$

Clave: D

Pregunta 15

Se sabe que un conjunto de n elementos tiene 2^n subconjuntos, la intersección de P y Q tiene 128 subconjuntos, la diferencia de P respecto de Q tiene 64 subconjuntos. El producto cartesiano P×Q presenta 182 pares. Luego podemos afirmar que el numero de elementos de Q\P es:

A) 5 B) 6

C) 7 D) 8

E) 9

Resolución 15

Tema: Conjuntos

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}P\cap Q\Rightarrow 128=2^7\Rightarrow n(P\cap Q)=7\\ P-Q\Rightarrow 64=2^6\Rightarrow n(P-Q)=6\end{array}\right\}n(P)=13\\ P\times Q\Rightarrow 182\Rightarrow n(P).n(Q)=182\end{array}\right\}n(Q)=14$$

n(Q–P)=7

n(Q\P)=7

Clave: C

Pregunta 16

Sea $f(x)=|x-1|$ y $g(x)=|x+1|$, halle la expresión de $F(x) = f(x) + g(x)$

A) $F(x)=\begin{cases} 2x, & x\geq 1 \\ 1, & -1<x<1 \\ -2x, & x\leq -1 \end{cases}$

B) $F(x)=\begin{cases} -2x, & x\geq 1 \\ 2, & -1<x<1 \\ 2x, & x\leq -1 \end{cases}$

C) $F(x)=\begin{cases} 2x, & x\geq 1 \\ 2, & -1<x<1 \\ -2x, & x\leq -1 \end{cases}$

D) $F(x)=\begin{cases} 2x, & x\leq -1 \\ 1, & -1<x<1 \\ -2x, & x\geq -1 \end{cases}$

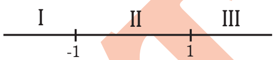
E) $F(x)=\begin{cases} x, & x\leq -1 \\ 2, & -1<x<1 \\ -x, & x\geq 1 \end{cases}$

Resolución 16

Tema: Funciones

Dominio $x\in\mathbb{R}$

Evaluando por zonas:



I. $x\leq -1$ $\quad f(x) = 1 - x - x - 1 = -2x$

II. $-1 < x < 1$ $\quad f(x) = 1 - x + x + 1 = 2$

III. $x\geq 1$ $\quad f(x) = x - 1 + x + 1 = 2x$

$$f(x)=\begin{cases} 2x & ; x\geq 1 \\ 2 & ; 1 < x < 1 \\ -2x & ; x\leq -1 \end{cases}$$

Clave: C

Pregunta 17

Al multiplicar un número de cinco cifras por 101 se obtiene un nuevo número cuyas últimas cifras son 8513. Se sabe también que el número inicial tiene todas sus cifras distintas. Indique la cantidad de números que cumplen la condición descrita.

A) 2
B) 3
C) 5
D) 7
E) 8

Resolución 17

Tema: Cuatro Operaciones

Sea el número : $\overline{abcde}$

Dato: $\overline{abcd}$ x 101 = ... 8513

$$\begin{array}{r} a\,b\,c\,d\,e \;\; + \\ a\,b\,c\,d\,e\,0\,0 \\ \hline \ldots 8\,5\,1\,3 \end{array} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} e=3 \\ d=1 \\ c=2 \\ b=7 \\ a \rightarrow 4;\ 5;\ 6;\ 8;\ 9 \text{ (distinto de los anteriores)} \end{cases}$$

$\therefore$ existen 5 números que cumplen

Clave: C

Pregunta 18

En una proporción geométrica de razón $\frac{5}{4}$, la suma de los términos es 45 y la diferencia de los consecuentes es 4. Halle el mayor de los términos de la proporción.

A) 12 B) 15
C) 16 D) 18
E) 20

Resolución 18

Tema: Razones y proporciones

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{5}{4}\ ;\ a+b+c+d=45$$

$$\underbrace{(a+c)}_{\substack{5(5)\\25}}+\underbrace{(b+d)}_{\substack{4(5)\\20}}=45$$

$$\left.\begin{array}{l} b+d=20\\ b-d=4 \end{array}\right\}\ \begin{array}{l} b=12\rightarrow a=15\\ d=8\rightarrow c=10 \end{array}$$

$\therefore$ El mayor término de la proporción es 15.

Clave: B

Pregunta 19

Determine los litros de agua que contiene un recipiente de 17 litros de leche adulterada con agua y que pesa 17,32 kg, si un litro de leche pura pesa 1,032 kg y un litro de agua pesa 1 kg.

A) 5 B) 6
C) 7 D) 8
E) 9

Resolución 19

Tema: Cuatro operaciones

Los 17 litros pesa 17,32 kg

Si los 17 litros son de agua, entonces pesan 17 kg

$\therefore$ Falta 17,32 kg $-$ 17=0,32 kg

$\therefore$ Cambio 1 litro de agua $\times$ 1 litro de leche

$$\#\text{Litros de leche}=\frac{0,32}{0,032}=10\text{ litros}$$

$\therefore$ 17 $-$ 10= 7 litros de leche

Clave: C

Pregunta 20

Mi padre que nació en la primera mitad del siglo 20 afirma que en el ano x^2 cumplió $\frac{x}{4}$ anos. Determine la edad que tuvo en el ano 2008.

A) 83 B) 86
C) 88 D) 90
E) 92

Resolución 20

Tema: Cuatro operaciones

Año de nacimiento: $\overline{19ab}$

Se cumple:

$$\overline{19ab}+\frac{x}{4}=x^2\quad\left\{\begin{array}{c} x=\overset{\circ}{4}\\ \text{mayor que } 40 \end{array}\right\}$$

$$\therefore x=44$$

Luego: $\overline{19\underbrace{a}_{2}\underbrace{b}_{5}}+11=1936$

Piden: la edad en el 2008

2008 – 1925= 83 años

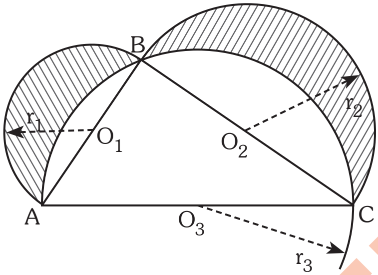
Clave: A

MATEMÁTICA PARTE 2

Pregunta 21

En la figura, mostrada, O_1, O_2 y O_3 son centros de semicircunferencias con radios de longitud r_1, r_2 y r_3, respectivamente.

Si AB=3 cm y BC=4 cm, entonces el área (en cm^2) de la región sombreada es:



A) 4 B) 5
C) 6 D) 4π
E) 5π

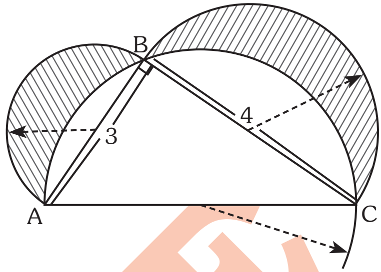
Resolución 21

Tema: Áreas

Piden: $A_{\text{región sombreada}}$

- Por el teorema de las lúnulas de Hipócrates.

$$A_{\text{región sombreada}} = A_{\triangle ABC}$$
$$= \frac{3.4}{2}$$
$$A_{\text{región sombreada}} = 6$$



Clave: C

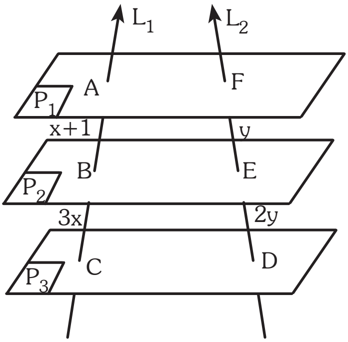
Pregunta 22

Sean P_1, P_2, P_3 planos paralelos. La recta L_1 corta al plano P_1 en A, al plano P_2 en B y al plano P_3 en C, de tal manera que $AB = \frac{1}{3}BC + 1$. Otra recta L_2 corta al plano P_1 en F, al plano P_2 en E y al plano P_3 en D. Si $FE = \frac{1}{2}ED$, halle BC.

A) 2 B) 3
C) 4 D) 6
E) 8

Resolución 22

Tema: Geometría del espacio – T. Thales



Piden: 3x

Teorema de Thales

$$\frac{x+1}{3x} = \frac{y}{2y}$$

Resolviendo x = 2

BC=3x=3(2)

$\therefore$ BC=6

Clave: D

Pregunta 23

En un triedro O-ABC, las caras $\widehat{BOC}$, $\widehat{AOB}$ y $\widehat{AOC}$ miden 90°, 60° y 60°, respectivamente. Entonces la tangente del ángulo que determina OA con el plano OBC es:

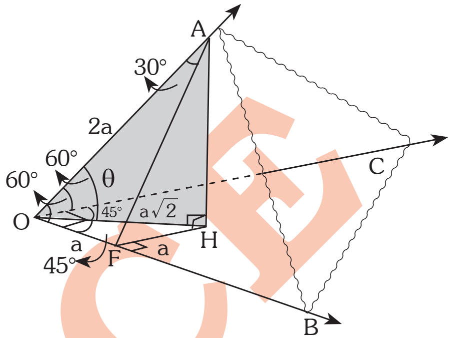
A) 1/3 B) 1/2

C) 1 D) 2

E) 3

Resolución 23

Tema: Ángulo Triedro



Piden: tgθ

$\overline{AH} \perp \square OBC$

Teorema de las tres perpendiculares

$1^{ra} \perp \overline{AH}$, $2^{da} \perp \overline{FH}$, $3^{ra} \perp \overline{AF}$

$\triangle$AHO (NOT45° y 45°)

$\theta = 45°$

$\therefore$ tgθ = 1

Clave: C

Pregunta 24

Si en un exaedro regular, la distancia de un vértice a una de las diagonales que no contenga a este vértice es $\sqrt{2}$ m, entonces la longitud de esta diagonal es:

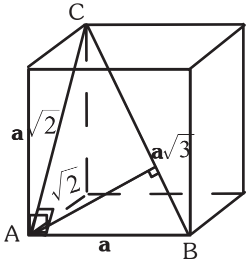
A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{6}$

C) $\sqrt{7}$ D) $\sqrt{8}$

E) $\sqrt{9}$

Resolución 24

Tema: Poliedro regulares



Piden $a\sqrt{3}$.

Teorema: ΔABC: $a.a\sqrt{2}=a\sqrt{3}.\sqrt{2}$

$a=\sqrt{3}$

$\therefore\ a.\sqrt{3}=\sqrt{9}$

Clave: E

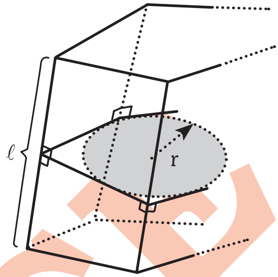
Pregunta 25

Un prisma oblícuo de volumen $150m^3$ tiene área de superficie lateral $50\ m^2$. Determine el área del círculo inscrito a la sección recta en m^2.

A) 9π B) 4π
C) 25π D) 30π
E) 36π

Resolución 25

Tema: Prisma



Datos:

$V = 150m^3 \rightarrow A_{S.R}\times\ell=150$

$A_L = 50\ m^2 \rightarrow (2P_{S.R})\times\ell = 50$ ÷

$\dfrac{A_{S.R}}{2P_{S.R}} = 3$

Piden: $A_{\bullet}$

Se sabe: $A_{S.R} = P_{S.R}\cdot r$

$6P_{S.R} = P_{S.R}\cdot r$

$\boxed{r = 6}$

$\therefore A_{\bullet} = \pi 6^2 = 36\pi$

Clave: E

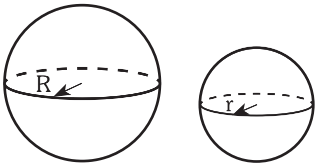
Pregunta 26

La razón entre los volúmenes de dos esferas es $\frac{8}{27}$. Calcular el volumen de la cuña esférica del ángulo diedro 15° de la esfera mayor.

A) $3{,}5\pi$ B) 3π
C) $2{,}5\pi$ D) 2π
E) $1{,}5\pi$

Resolución 26

Tema: Esfera



Piden V cuña

Por dato:

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{8}{27}$$

$$\left(\frac{r}{R}\right)^3=\frac{8}{27}$$

$r = 2k \wedge R = 3k$

$$\text{V cuña}=\frac{\pi R^3.15}{270}=1{,}5\pi k^3$$

$\Rightarrow$ Para k= 1

V cuña= $1{,}5\pi$

Clave: E

Pregunta 27

En un cono recto de 6 cm de radio y 8 cm de altura, se traza un plano paralelo a su base de modo que el área del círculo que se determina en el plano sea igual al área lateral del tronco de cono determinado. Calcule la altura del tronco de cono (en cm).

A) $8-2\sqrt{11}$ B) $8-2\sqrt{10}$

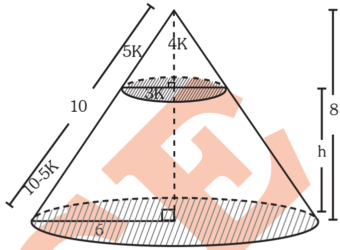
C) $8-2\sqrt{9}$ D) $8-2\sqrt{8}$

E) $8-2\sqrt{7}$

Resolución 27

Tema: Tronco de Cono

Piden : h



* Del dato :

$$A_{lat(tronco)}=A$$

$$\pi(3K+6)(10-5K)=9K^2\pi$$

$$K=\frac{\sqrt{10}}{2}$$

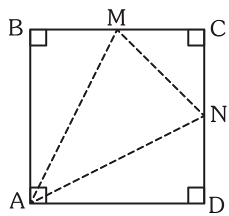
$\Rightarrow h = 8 - 4K$

$\therefore\ h = 8-2\sqrt{10}$

Clave: B

Pregunta 28

Una servilleta de papel cuadrada ABCD, cuyo lado tiene 24 cm de longitud, se dobla por las líneas punteadas tal como se muestra en la figura, donde M y N son puntos medios de $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$, respectivamente; luego se juntan los bordes $\overline{MB}$ con $\overline{MC}$, $\overline{NC}$ con $\overline{ND}$ y $\overline{AB}$ con $\overline{AD}$ formándose una pirámide. Calcule la altura de esta pirámide (en cm).

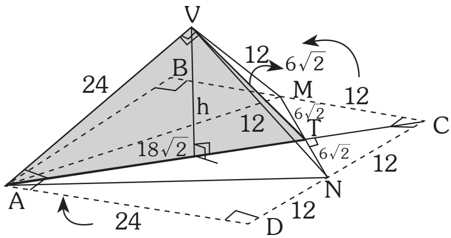


PROHIBIDA SU VENTA

A) 6 B) 7
C) 8 D) 9
E) 10

Resolución 28

Tema: Pirámide



Piden: h

$\triangle$ AVT: T. rectángulo

Por relaciones métricas :

$24.6\sqrt{2} = h.18\sqrt{2}$

$\therefore h = 8$

Clave: C

Pregunta 29

Si "2a" es el lado de un polígono regular de "n" lados, R y r los radios de las circunferencias circunscrita e inscrita, respectivamente. Determine R + r.

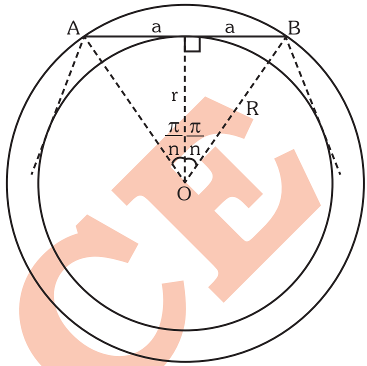
A) $2a \cos \frac{\pi}{2n}$ B) $2a \cot \frac{\pi}{2n}$

C) $2a \tan \frac{\pi}{2n}$ D) $a \cot \frac{\pi}{2n}$

E) $a \csc \frac{\pi}{2n}$

Resolución 29

Tema: I. T. del ángulo mitad



Por cálculo de lados

$R = a\text{Csc}\left(\frac{\pi}{n}\right)$

$r = a\text{Ctg}\left(\frac{\pi}{n}\right)$

Piden:

$R + r = a\left[\text{Csc}\left(\frac{\pi}{n}\right) + \text{Ctg}\left(\frac{\pi}{n}\right)\right]$

$R + r = a.\text{Ctg}\left(\frac{\pi}{2n}\right)$

Clave: D

Pregunta 30

Determine el período de la función:

$f(x) = |\cos^4 x - \text{sen}^4 x|$

A) $\frac{\pi}{16}$ B) $\frac{\pi}{8}$

C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{2}$

E) $\frac{3\pi}{8}$

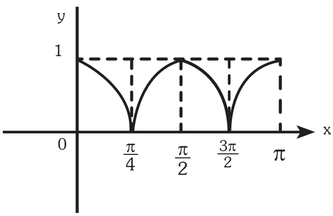
Resolución 30

Tema: Función Trigonométrica

$$f_{(x)}=\left|\underbrace{(Cos^2x+Sen^2x)}_{1}(Cos^2x-Sen^2x)\right|$$

$$f_{(x)}=|\cos 2x|$$

Graficando:



Periodo: $T=\frac{\pi}{2}$

Clave: D

Pregunta 31

Si tan (x(k+y))=a y tan (x(k–y))=b, entonces tan(2 k x)+tan (2 y x) es igual a:

A) $\dfrac{a^2-b^2}{1+a^2b^2}$

B) $\dfrac{a^2-b^2}{1-a^2b^2}$

C) $\dfrac{a^2+b^2}{1-a^2b^2}$

D) $\dfrac{2a(1+b^2)}{1+a^2b^2}$

E) $\dfrac{2a(1+b^2)}{1-a^2b^2}$

Resolución 31

Tema: I.T. de la Suma y Resta

Dato:

$$Tg\underbrace{(xk+xy)}_{\theta}=a \rightarrow Tg\ \theta=a$$

$$Tg\underbrace{(xk-xy)}_{\theta}=b \rightarrow Tg\ \phi=b$$

Notamos:

$$\begin{cases}\theta+\phi=2xk\\ \theta-\phi=2xy\end{cases}$$

Piden: Tg(2xk)+Tg(2xy)

Reemplazando:

$$=Tg(\theta+\phi)+Tg(\theta+\phi)$$

Utilizando la identidad:

$$=\frac{a+b}{1-ab}+\frac{a-b}{1+ab}$$

Operando: $\dfrac{2a+2ab^2}{1-a^2b^2}$

$$\therefore Tg(2xk)+Tg(2xy)=\frac{2a(1+b^2)}{1-a^2b^2}$$

Clave: E

Pregunta 32

La ecuación cuadrática

$$z.\bar{z}-(1+3i)z-(1-3i)\bar{z}=12$$

representa:

A) una circunferencia

B) una hipérbola

C) una recta

D) dos puntos

E) un punto

Resolución 32

Tema: Números complejos

Dato: $z.\bar{z}-z-3iz-\bar{z}+3i\bar{z}=12$

$z.\bar{z}-(z+\bar{z})-3i(z-\bar{z})=12$

Como: $z=x+iy$

$$\bar{z} = x - iy$$

Reemplazando:

$$x^2 + y^2 - 2x - 3i(2iy) = 12$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y = 12$$

Completando cuadrados:

$$(x-1)^2 + (y+3)^2 = 22$$

$\therefore$ Es una circunferencia

Clave: A

Pregunta 33

Los números $S = k^3 - \frac{1}{19}$ y $C = k^3 + \frac{1}{19}$ son las medidas de un ángulo en los sistemas sexagesimal y centesimal, respectivamente.

Determine la medida del ángulo en radianes.

A) $\frac{\pi}{200}$ B) $\frac{\pi}{180}$

C) $\frac{\pi}{190}$ D) $\frac{\pi}{250}$

E) $\frac{3\pi}{200}$

Resolución 33

Tema: Ángulo trigonométrico – Fórmula general de conversión

De la fórmula: $\begin{cases} S = 9\text{ m} \\ C = 10\text{ m} \end{cases}$ $\quad R = \frac{\pi m}{20}$

Datos: $S = k^3 - \frac{1}{19}$ $\quad(-)$

$C = k^3 + \frac{1}{19}$

$m = \frac{2}{19}$

Piden: $R = \frac{\pi m}{20} = \frac{\pi}{190}$

Clave: C

Pregunta 34

Una escalera se encuentra apoyada en una pared haciendo un ángulo de 45°. Se resbala, la parte inferior se desliza $8 - 5\sqrt{2}$ m de su posición inicial y el nuevo ángulo que forma con la pared es 53°. ¿Cuántos metros mide la escalera?

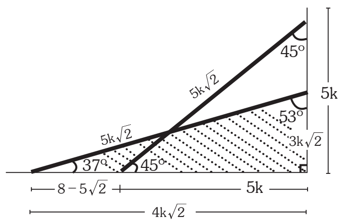
A) 8 B) 10

C) 12 D) 14

E) 16

Resolución 34

Tema: R.T. Ángulos agudos



Piden longitud de la escalera: $5k\sqrt{2}$

Del gráfico:

$8 - 5\sqrt{2} = 4k\sqrt{2} - 5k$

$\sqrt{2}\,(4\sqrt{2}-5)=k(4\sqrt{2}-5)$

Reemplazando: $\rightarrow$ $k=\sqrt{2}$

$\therefore$ Longitud$=10$

Clave: B

Pregunta 35

Determine el menor valor de k, para que se cumpla la siguiente desigualdad, para cualquier $x \in$ IR si sen (x) . cos (x) $\neq 0$.

$$\frac{1}{\text{sen}^2x}+\frac{1}{\cos^2x}\leq k$$

A) 7 B) 6

C) 5 D) 4

E) 3

Resolución 35

Tema: Desigualdades trigonométricas

Sea: $E=\dfrac{1}{\text{sen}^2x}+\dfrac{1}{\cos^2x}$

$E=\csc^2x+\sec^2x$

$E=2+\text{tg}^2x+\text{ctg}^2x$

como: $\text{tg}^2x+\text{ctg}^2x\geqslant 2$

$\Rightarrow E\geqslant 4$

$$\frac{1}{\text{sen}^2x}+\frac{1}{\cos^2x}\geqslant 4$$

Con la corrección en el sentido de la desigualdad, la pregunta seria el mayor valor de k.

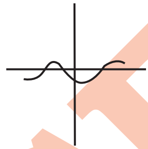
$k=4$

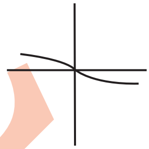
Clave: D

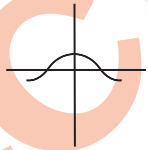
Pregunta 36

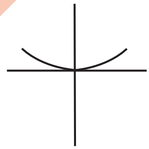
¿Cuál de los gráficos mostrados representa mejor a la función?

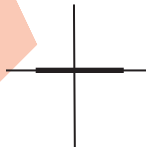
$$y=\cos x-\left(1-\frac{x^2}{2}\right)\text{ para } x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$$

A)


B)


C)


D)


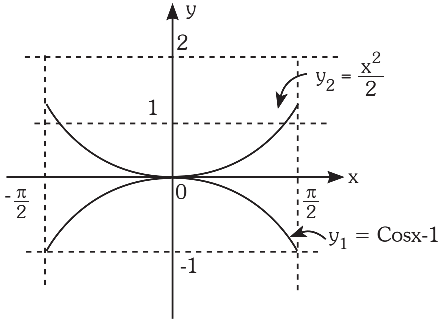
E)


Resolución 36

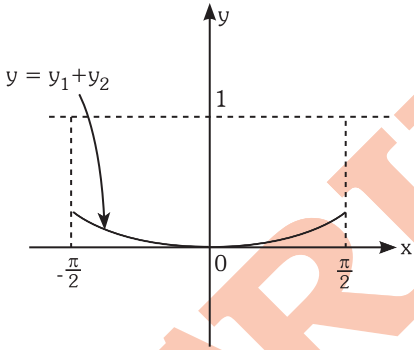
Tema: Funciones trigonométricas

Sea: $y=\underbrace{\text{Cosx}-1}_{y_1}+\underbrace{\frac{x^2}{2}}_{y_2};\ x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

Graficando:



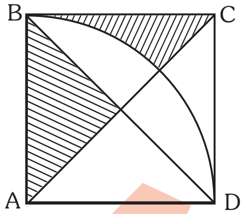
Sumando funciones:



Clave: D

Pregunta 37

En el gráfico mostrado, ABCD es un cuadrado de lado L y BAD es un sector circular con centro en A. Calcule el área de la región sombreada (en u^2).



A) $\frac{L^2}{4}(4-\pi)$

B) $\frac{L^2}{4}(4+\pi)$

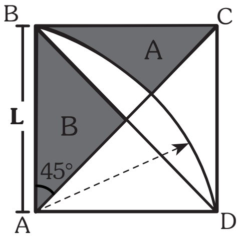
C) $\frac{L^2}{8}(2+\pi)$

D) $\frac{L^2}{8}(6-\pi)$

E) $\frac{L^2}{8}(6+\pi)$

Resolución 37

Tema: Áreas circulares



Piden: A+B

$* \; A = \frac{L^2}{2} = \frac{\pi L^2}{8}$

$* \; B = \frac{L^2}{4}$

$\therefore \; A + B = \frac{L^2}{8}(6 - \pi)$

Clave: D

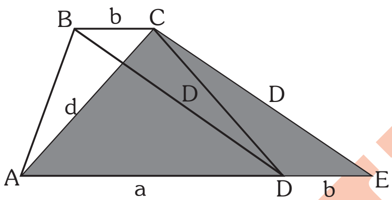
Pregunta 38

Determine la diferencia en cm entre el mayor y menor valor entero que puede tomar la suma de las bases de un trapecio, si se sabe que la suma de sus diagonales es 15 cm.

A) 12 B) 13
C) 14 D) 15
E) 16

Resolución 38

Tema: Cuadriláteros



Observación: $D>d$

$D-d\geqslant 0$

Piden: $(a+b)_{máx}-(a+b)_{mín}$

Trazamos $\overline{CE} \,//\, \overline{BD}$ Dato: $D+d=15$

$DE=b$ $CE=D$

Δ ACE: Desigualdad triangular

$D-d<a+b<D+d$

$D-d<a+b<15$

$(a+b)_{máx}=14$

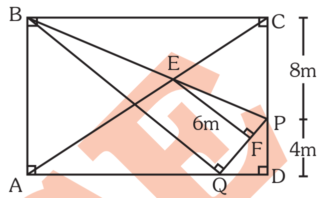
$(a+b)_{mín}=1$

$\therefore\ (a+b)_{máx}-(a+b)_{mín}=13$

Clave: B

Pregunta 39

La figura mostrada ABCD es un rectángulo. Si CP=8 m, DP=4 m, EF=6 m, entonces el valor de AD es:

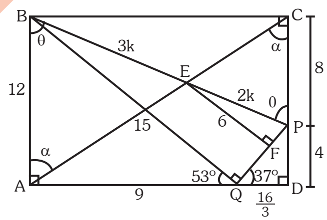


A) $\frac{46}{3}$ m B) 15 m

C) $\frac{43}{3}$ m D) 14 m

E) $\frac{49}{3}$ m

Resolución 39



Piden: AD

Δ ABE~Δ ECP

$BE=3k$ $EP=2k$

Δ BPQ ~ Δ EPF

$\frac{BQ}{6}=\frac{5k}{2k}$ $BQ=15$

◺ BAQ: Notable (37° y 53°)

$AQ=9$

$\triangle$ QDP: Notable (37° y 53°)

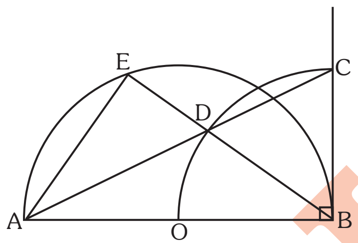
$$QD=\frac{16}{3}$$

$$AD=9+\frac{16}{3}=\frac{43}{3}$$

Clave: C

Pregunta 40

En la figura mostrada O es punto medio de $\overline{AB}$, AO= R. Calcule el valor del perímetro del triángulo ADE.



A) $\dfrac{\pi R}{3}$

B) $\dfrac{\pi R}{2}$

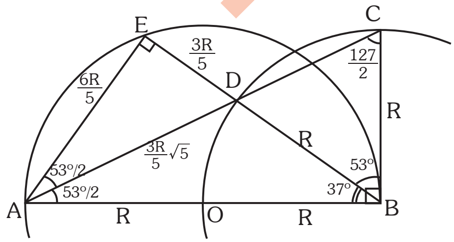
C) $\dfrac{3\pi R}{2}$

D) πR

E) $2\pi R$

Resolución 40

Tema: Perímetro



* ABC de $\dfrac{53°}{2}$

* Δ Isósceles DBC: $m\widehat{DBC} = 53°$

* Δ AEB notable de 37° y 53°

$$\Longrightarrow AE = \frac{6R}{5}$$

* $\triangle$AED: $\begin{cases} ED = \dfrac{3R}{5} \\ AD = \dfrac{3R\sqrt{5}}{5} \end{cases}$

$$2p_{\triangle AED} = \frac{9R}{5} + \frac{3R\sqrt{5}}{5} = R\frac{(9+3\sqrt{5})}{5}$$

$$\left(\frac{9+3\sqrt{5}}{5} \approx \pi\right)$$

$$\therefore 2p_{\triangle AED} = \pi R$$

Clave: D