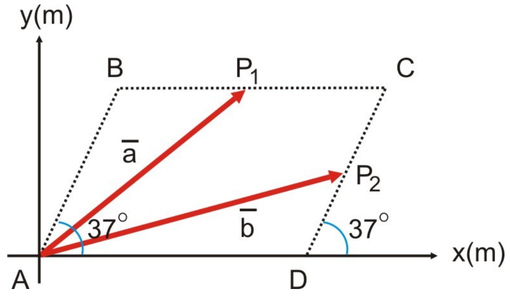
1) Los puntos ABC y D son los vértices de un paralelogramo y los puntos P_1 y P_2 son respectivamente los puntos medios de los lados BC y CD. Calcule el producto escalar en m^2, de los vectores $\bar{a}$ y $\bar{b}$ definidos según la figura. (AB = 3; AD = 10)



A) -15,5 B) -10,5 C) 2,50
D) 24,5 E) 84,5

Resolución

Descomponiendo cada vector en componentes rectangulares:

$A_x = 3\cos 37° + 5$

$A_y = 3\,\text{sen}37°$

De donde: $\bar{A} = (\frac{37}{5};\frac{9}{5})$

$B_x = 10 + 1{,}5\cos 37°$

$B_y = 1{,}5\,\text{sen}37°$

De donde: $\bar{B} = (\frac{56}{5};\frac{9}{10})$

Luego, aplicando la definición de producto escalar:

$$\bar{A}.\bar{B} = A_x B_x + A_y B_y$$

$$\bar{A}.\bar{B} = (\frac{37}{5})(\frac{56}{5}) + (\frac{9}{5})(\frac{9}{10})$$

$$\bar{A}.\bar{B} = 84{,}5$$

2) Determine a que altura con respecto a la superficie de la tierra la aceleración de la gravedad es la cuarta parte de lo que es sobre la superficie. (R = radio de la tierra)

A) $(\sqrt{2}-1)R$ B) R

C) $\sqrt{2}\,R$ D) $\sqrt{3}\,R$

E) $2R$

Resolución

La gravedad que genera un planeta de radio **R** disminuye con la altura **h** respecto de la superficie, según la siguiente relación:

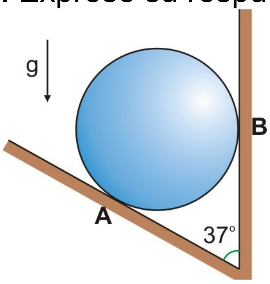
$$g = g_o(\frac{R}{R+h})^2$$

$$\frac{g_o}{4} = g_o(\frac{R}{R+h})^2$$

de donde:

$$h = R$$

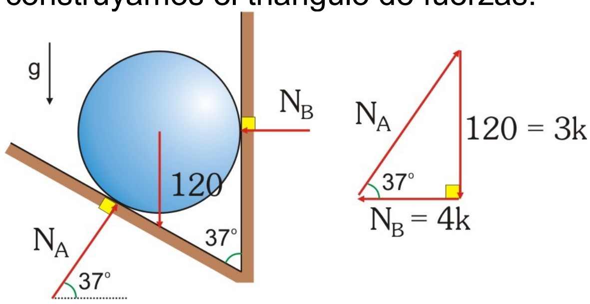
3) Una esfera de 120 N de peso se encuentra apoyada sobre dos superficies lisas, tal como se indica en la figura. Calcule el módulo de la fuerza de reacción que ejerce la pared vertical sobre la esfera, en el punto B. Exprese su respuesta en N.



A) 140 B) 160 C) 180
D) 200 E) 210

Resolución

Hagamos DCL de la esfera, construyamos el triángulo de fuerzas:

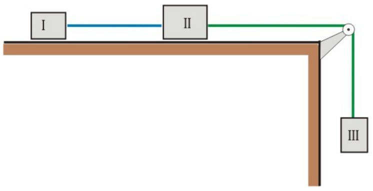


Resolviendo el triángulo notable (k = 40), se deduce que el módulo de la reacción en el punto B (N_B = 4 k) es:

N_B = 160 N

4) Tres bloques iguales, que pesan 24N c/u, se encuentran conectados por

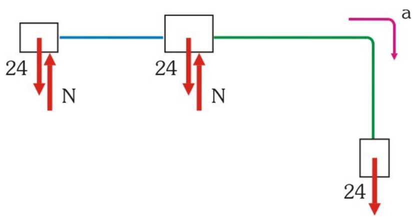
dos cuerdas sin peso y una polea ideal, tal como se muestra en la figura. Calcule la fuerza horizontal, en N, que actúa sobre el bloque I, si consideramos que no hay fricción.



A) 0 B) 8 C) 16
D) 24 E) 32

Resolución

Haciendo DCL del sistema (no se grafican las tensiones) y aplicando 2da ley de newton, tenemos:

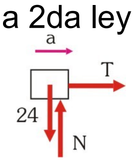


$$a = \frac{F_{re}}{m_{sis}} = \frac{F_{re}}{m_I + m_{II} + m_{III}}$$

$$a = \frac{24}{\frac{24}{g} + \frac{24}{g} + \frac{24}{g}}$$

$$a = g/3$$

Haciendo DCL del bloque I y aplicando la 2da ley de newton:



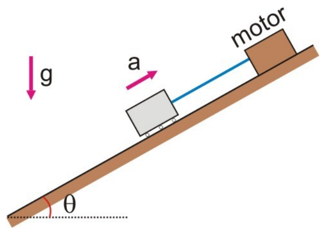
$$F_{re} = m\,a$$

$$T = \left(\frac{24}{g}\right)(g/3)$$

$$T = \left(\frac{24}{g}\right)\left(\frac{g}{3}\right)$$

$$T = 8\,N$$

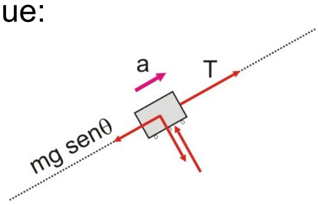
5) Calcule la potencia que debe desarrollar un motor para halar una carreta de masa **m**, que parte del reposo y sube con aceleración constante **a**, sobre el plano inclinado liso.



m g a t senθ
m g t (a – g senθ)
m a t (a + g senθ)
m g t (a + g senθ)
m g a t cosθ

Resolución

Haciendo DCL del bloque y aplicando la 2da ley de newton, determinaremos la fuerza de tensión **T** que genera el motor sobre el bloque:



$$F_{re} = m\,a$$

$$T - mg\,sen\,\theta = m\,a$$

$$T = m(a + g\,sen\,\theta)$$

La velocidad que adquiere la carreta después de un tiempo **t** es:

$$v = v_o + a\,t$$

$$v = a\,t$$

Finalmente, la potencia instantánea **p** que genera el motor sobre la carreta en ese instante es:

$$p = Fv$$

$$p = m(a + g\,sen\,\theta)\,a\,t$$

6) Dos móviles se encuentran en una misma posición, en un instante t. El móvil A se desplaza con rapidez constante v sobre una trayectoria lineal siguiendo el diámetro de una circunferencia de radio R. El móvil B parte del reposo y sigue la trayectoria circular de radio R, con MCUV y aceleración angular $\alpha = 2\pi$ rad/s^2. Encuentre la relación V_A/V_B donde V_B

es la rapidez del móvil B en el instante en el que vuelve a la posición inicial y el móvil A se encuentra en el centro del círculo.

A) $\frac{1}{4\pi}$ B) $\frac{1}{2\pi}$ C) $\frac{3}{4\pi}$
D) $\frac{1}{\pi}$ E) $\frac{3}{2\pi}$

Resolución
Según el enunciado del problema, cuando el móvil A, que se mueve con MRU, recorre una longitud igual al radio de la circunferencia, el móvil B, que se mueve con MCUV partiendo del reposo, da exactamente una vuelta.
Analizando el movimiento de B (MCUV):

$$\omega^2 = \omega_o^2 + 2\alpha\theta \quad \Rightarrow \quad \omega_B^2 = 2(2\pi)(2\pi)$$
$$\omega_B = 2\pi\sqrt{2}\, rad/s$$

$$\theta = \omega_o t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2 \quad \Rightarrow \quad 2\pi = \tfrac{1}{2}(2\pi)t^2$$
$$t = \sqrt{2}\, s$$

Analizando el movimiento de B (MCUV):

$$v = \frac{d}{t} \quad \Rightarrow \quad v_A = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

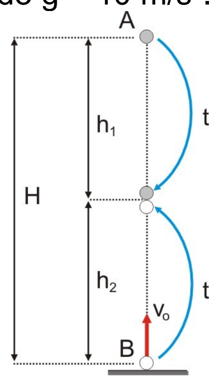
Finalmente:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{R/\sqrt{2}}{\omega_B R} = \frac{R/\sqrt{2}}{2\pi\sqrt{2}\,R}$$
$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{4\pi}$$

7) Desde una altura H, medida en m sobre el nivel del suelo, se suelta una tuerca A, de masa m_A. En el mismo instante y desde un punto ubicado directamente debajo, una segunda tuerca B de masa m_B, se lanza hacia arriba con rapidez 60 m/s. Calcule el valor de H (en m) que permite que ambas tuercas se encuentren justo cuando B alcanza el punto más alto de su recorrido. (g = 9,81 m/s^2)

A) 216,65 B) 366,97
C) 457,83 D) 625,32
E) 876,74

Resolución
Como las alternativas de este problema están lo suficientemente “distantes” unas de otras, obtendremos la respuesta aproximada a este problema considerando g = 10 m/s^2.



Analizado B:

$$h_{max} = \frac{v_o^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad h_2 = \frac{60^2}{2(10)} = 180\, m$$

$$t_{sub} = \frac{v_o}{g} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{60}{10} = 6\, s$$

Analizado A:

$$h = v_o t + \tfrac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad h_1 = 5t^2$$
$$h_1 = 5(6)^2$$
$$h_1 = 180\, m$$

Nos piden H = $h_1 + h_2$ = 360 m

8) Una partícula se mueve con MRU con velocidad $\overline{V} = (6\hat{i} - 8\hat{j})$ m/s. Si su posición en t = 0 s es $\overline{r}(0) = (4\hat{i} + 8\hat{j})$ m, determine su posición al cabo de 2 s y calcule la distancia total (en m) en ese lapso.

A) $(12\hat{i} - 18\hat{j}); 20$ B) $(12\hat{i} - 18\hat{j}); 21$
C) $(16\hat{i} - 18\hat{j}); 21$ D) $(16\hat{i} - 8\hat{j}); 18$
E) $(16\hat{i} + 28\hat{j}); 32$

Resolución

Como el móvil se mueve con MRU, se cumple que:

$$\overline{d} = \overline{v}\, t$$

$$\overline{d} = (6;-8)\,2 \quad \Rightarrow \quad \overline{d} = (12;-16)$$

$$d = \sqrt{12^2 + (-16)^2}$$

$$d = 20\, m$$

Por definición de desplazamiento:

$$\overline{d} = \overline{r}_f - \overline{r}_o$$

$$(12;-16) = \overline{r}_f - (4;8)$$

$$\overline{r}_f = (16;-8)$$